

Aufgabe C1 Landesabitur Hessen 2007 GK

a.

- $P(\text{bekannt}) = 0,15 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,6 + 0,15 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,3 = 51\%$

- $$P(\text{III} | \text{bekannt}) = \frac{P(\text{III} \cap \text{bekannt})}{P(\text{bekannt})} = \frac{P(\text{bekannt} \cap \text{III})}{P(\text{bekannt})}$$

$$\frac{0,5 \cdot 0,15}{0,51} \approx 14,7\%$$

b. Es handelt sich binomialverteilte Bernoulli-Experimente mit $n=100$. $X=k$ bedeutet, dass k Personen das Produkt kennen.

- $p=0,7: P(X > 75) = 1 - P(X \leq 75) = 1 - 0,8864 = 11,36\%$ aus einer Binomialtabelle oder $p=0,3: P(X \leq 24) = 11,36\%$ aus einer Binomialtabelle oder Näherung mit

$$\mu=30; \sigma=4,583: \Phi\left(\frac{24-30}{4,58}\right) = \Phi(-1,309) = 8,23\%$$

- $p=0,5: P(46 \leq X \leq 55) = P(X \leq 55) - P(X \leq 45) = 68,03\%$ aus einer Binomialtabelle oder Näherung mit

$$\mu=50; \sigma=5: \Phi\left(\frac{55-50}{5}\right) - \Phi\left(\frac{45-50}{5}\right) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 0,8413 - 0,1587 = 68,26\%$$

- $p=0,3: P(X > 35) = 1 - P(X \leq 35) = 1 - 0,8839 = 11,61\%$ aus einer Binomialtabelle oder Näherung mit $\mu=30; \sigma=4,583: 1 - \Phi\left(\frac{35-30}{4,58}\right) = 1 - \Phi(1,09) = 1 - 0,8621 = 13,79\%$

c. $p=0,5; n$ gesucht : $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^n = 1 - 0,5^n > 0,99 \rightarrow$

$$-0,5^n > -0,01 \Leftrightarrow 0,5^n < 0,01 \Leftrightarrow n \cdot \ln 0,5 < \ln 0,01 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,5} \approx 6,6$$

Berechnet wird hier: Wie viele Personen müssen befragt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Person der Gruppe III das Produkt kennt, mehr als 99% beträgt.

d. Wir entwickeln einen rechtsseitigen Hypothesentest:

Prüfhypothese $H_0 : p = 0,3$; Gegenhypothese $H_1 : p > 0,3$ mit $\alpha=0,05$ und $n=100$.

Die Entscheidungsregel entwickeln wir aus der Wahrscheinlichkeit $P(X \leq k) > 0,95$:

Aus einer Binomialtabelle entnehmen wir $P(X \leq 37) = 0,94$ und $P(X \leq 38) = 0,96$.

Die Entscheidungsregel lautet damit:

Die Prüfhypothese wird abgelehnt bzw. die Gegenhypothese akzeptiert, wenn mehr als 38 von 100 Männern >35 das Produkt als bekannt angeben.